

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ РАСПЛАВОВ В ПЕРЕМЕННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Сидоров О.Ю.¹, Сарапулов Ф.Н.²

¹ Уральский Федеральный университет, Нижний Тагил, РФ, sidorov-ou-62@yandex.ru

² Уральский Федеральный университет, РФ, sarapulovfn@yandex.ru

Abstract - Представлены результаты моделирования процесса кристаллизации расплава в переменном магнитном поле с помощью методов конечных разностей и конечных элементов

Keywords - кристаллизация, структура слитка.

I. ВВЕДЕНИЕ

Создание устройств электромагнитного воздействия на жидкие металлы и сплавы с целью управления структурой кристаллизующегося слитка является актуальной задачей. При ее решении продуктивным является метод математического моделирования, в котором необходимо решать взаимосвязанные задачи расчета электромагнитного, гидродинамического, температурного и концентрационного полей [1,2].

Воздействие электромагнитного поля выражается в измельчении зерна, выравниванию химического состава по объему слитка [2]. При этом величина зерна может быть связана с локальной скоростью охлаждения (см., например, [3]).

Точность моделирования технологического процесса и его энергетических характеристик определяется теми фундаментальными уравнениями и методами их решения, которые положены в основу математической модели. На начальном этапе целесообразно использовать упрощенные аналитические модели, которые позволяют сузить круг геометрических и технологических параметров устройства. При проверочном расчете, на наш взгляд, целесообразно применять конечно-разностные и конечно-элементные методы расчета электромагнитного, гидродинамического, температурного и концентрационного полей, определяющих конечную структуру кристаллизующегося в электромагнитном поле слитка.

II. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Метод конечных элементов в двумерной постановке был применен для моделирования кристаллизации расплава для круговой области.

При этом использовался авторское программное обеспечение. Была решена комплексная плоская задача моделирования кристаллизации модельного жидкого сплава в электромагнитном вращателе.

На рис.1 показана форма для задания геометрических размеров устройства: радиус области жидкого сплава, толщины стенки тигля, количество их разбиений.

Рис.1. Форма ввода геометрических размеров

Рис.2. Параметры зубцово-пазовой зоны

На рис.2 показана форма для задания геометрии зубцово-пазової зоны для выбранного типа обмотки. На рис.3 показан результат разбиения области моделирования на конечные элементы.

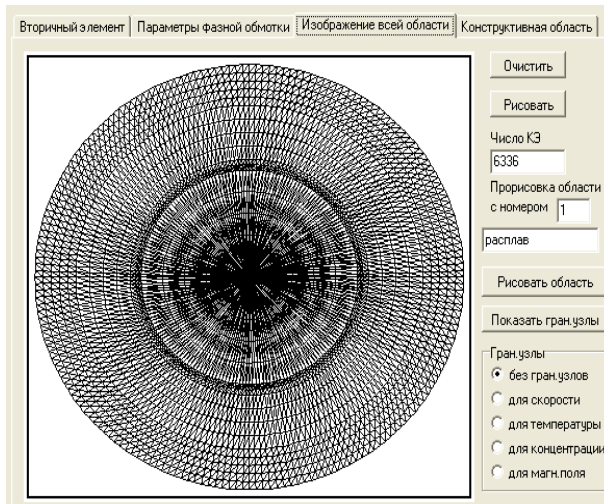


Рис.3.Результаты формирования конечных элементов

Последовательно рассчитывались электромагнитное поле, гидродинамическое поле, поле температур в кристаллизующемся слитке.

При этом была разработана методика МКЭ, учитывающая движение вторичного элемента с функционалом [1]

$$F(A) = \frac{1}{2} \iint_D \left[\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)^2 + 2\gamma\mu_0 \left\{ -u \frac{\partial A}{\partial x} - v \frac{\partial A}{\partial y} \right\} + \beta A^2 - 2fA \right] dx dy.$$

В этом уравнении $A(x, y)$ - векторный потенциал электромагнитного поля; $\varphi(x, y)$ - некоторая заданная функция координат $\beta = j\omega\gamma$; ω - циклическая частота сети; γ - удельная электропроводность; u, v - компоненты скорости движения среды; $f(x, y)$ - функция плотности тока.

Соответствующее уравнение Эйлера-Лагранжа в частных производных имеет вид

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \gamma\mu_0 \left(u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \beta A = f$$

Если в последнем уравнении в качестве функции φ выбрать векторный потенциал A , то оно совпадет с уравнением плоскопараллельного электромагнитного поля [1].

При моделировании гидродинамического поля был применен оригинальный подход, реализующий МКЭ [1]. Была решена задача

построения подынтегральных функций F_u и F_v интегралов

$$I_u = \int_D F_u(x, y, u(x, y), u_x(x, y), u_y(x, y)) dx dy$$

$$I_v = \int_D F_v(x, y, u(x, y), u_x(x, y), u_y(x, y)) dx dy$$

таким образом, чтобы получить совпадение уравнения Эйлера-Лагранжа и гидродинамического.

Были выбраны функции

$$F_u = \frac{1}{2} \frac{u^2 - 2u_0 u}{\Delta t} + \frac{1}{2} u^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + uv \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{1}{\rho} F_x u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} P + \frac{1}{2} v_t \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right).$$

$$F_v = \frac{1}{2} \frac{v^2 - 2v_0 v}{\Delta t} + vu \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{1}{2} v^2 \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{1}{\rho} F_y v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial v}{\partial y} P + \frac{1}{2} v_t \left(\left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right).$$

В этих выражения функции $\varphi(x, y), \psi(x, y)$ на каждом итерационном шаге заменялись на предыдущие значения компонент скорости u и v .

В этом случае соответствующие уравнения Эйлера-Лагранжа имеют вид

$$\frac{u - u_0}{\Delta t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{1}{\rho} F_x + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - v_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0,$$

$$\frac{v - v_0}{\Delta t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} + v \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{1}{\rho} F_y + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - v_t \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0.$$

Здесь $(u - u_0)/\Delta t, (v - v_0)/\Delta t$ - конечно-разностные аналоги производных по времени

Используя такой подход можно проследить скорость образование твердой фазы, изменение концентрации примеси в расплаве и ее распределении между жидкой и твердой фазами, оценить размеры зерна, а также наметить пути улучшения модельных построений.

Так на рис.4 показано распределение жидкой и твердой фазы через 772 с после начала кристаллизации.

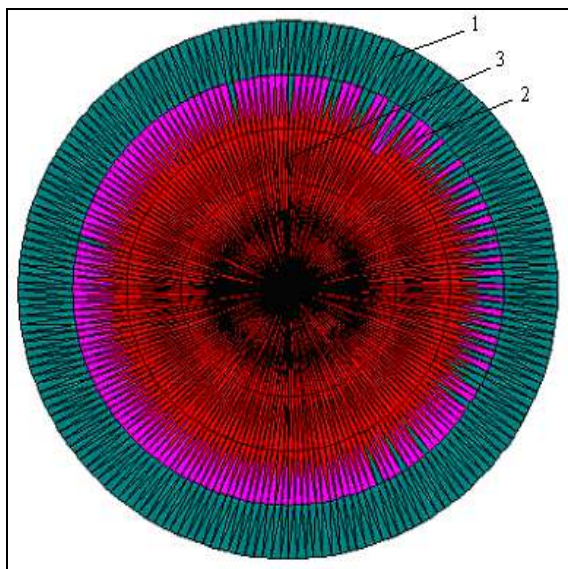


Рис.4. Поле кристаллизации

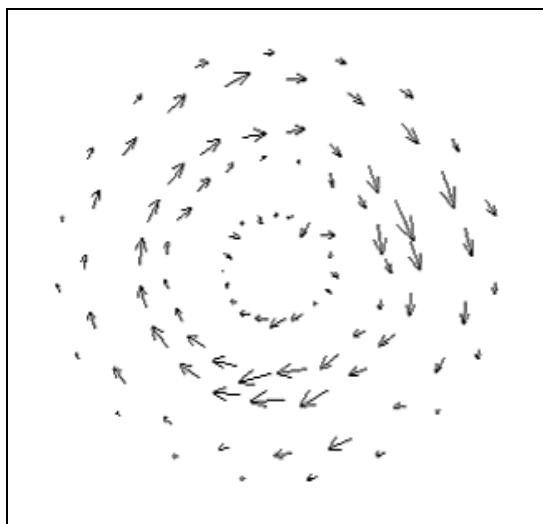


Рис.5. Поле скоростей

Всю область вдоль радиуса для данного момента времени можно разделить на три части: 1 – внешний практически твердый слой (доля твердой фазы более 75%); 2 – переходной слой с содержанием твердой фазы не более 12,5%; 3 – центральная область – жидкий сплав.

На рис.5 показано расчетное поле скоростей в расплаве через 772 с после начала моделирования кристаллизации. Наиболее интенсивное движение наблюдается вблизи переходной области 2.

Полученные в сообщении результаты позволяют обоснованно надеяться, что вполне возможно, провести прогноз структуры слитка, закристаллизованного в электромагнитном поле. Выявить детали влияния конфигурации электромагнитного поля и энергетических характеристик кристаллизатора на структуру слитка.

III. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

В качестве объекта исследования выбран электромагнитный кристаллизатор (ЭК) для литья латунной цилиндрической заготовки диаметром 163 мм. Индуктор ЭК имеет характеристики, приведенные в таблице.

Таблица

Параметры индуктора

Характеристика	Значение
Длина	$L = 0,255$ м
Высота	$h = 0,138$ м
Ширина	$b = 0,095$ м
Высота спинки	$h_{cn} = 0,057$ м
Высота паза	$h_n = 0,081$ м
Высота меди в пазу	$h_M = 0,079$ м
Ширина паза	$b_n = 0,025$ м
Ширина зубца	$b_z = 0,015$ м
Зубцовый шаг	$t_z = b_n + b_z = 0,04$ м

Катушки обмотки выполнены из медной ленты сечением $23 \times 0,98$ мм², число витков в катушке 55, схема соединения обмоток: AAZZBBXXCCYY. Плотность тока: 3 А/мм². Жидкий сплав (латунь) кристаллизуется в водоохлаждаемой гильзе, отделяющей расплав от индуктора.

Для решения полевых задач использовалась цилиндрическая система координат и предполагалось наличие цилиндрической симметрии.

При моделировании кристаллизации начальная температура расплава принималась равной 1090 К. Кристаллизация начиналась при 1083 К и заканчивается при 950 К. Были созданы условия торможения теплообмена в верхней и нижней частях металлического расплава с целью обеспечения условий подобным экспериментальным.

В работе [4] величина зерна по радиусу слитка была связана со скоростью кристаллизации:

- 1-я часть: вытянутые зерна около 10 мм – скорости охлаждения около $1,8 \cdot 10^{-4}$ кг/с;
- 2-я часть: вытянутые зерна около 20-30 мм – скорости охлаждения около $0,7 \cdot 10^{-4}$ – $1,8 \cdot 10^{-4}$ кг/с;
- 3-я часть: глобулярные зерна размером 10-20 мм – скорости охлаждения меньше $0,7 \cdot 10^{-4}$ кг/с.

Эти правила могут быть использованы для моделирования величины зерна слитка в процессе его кристаллизации.

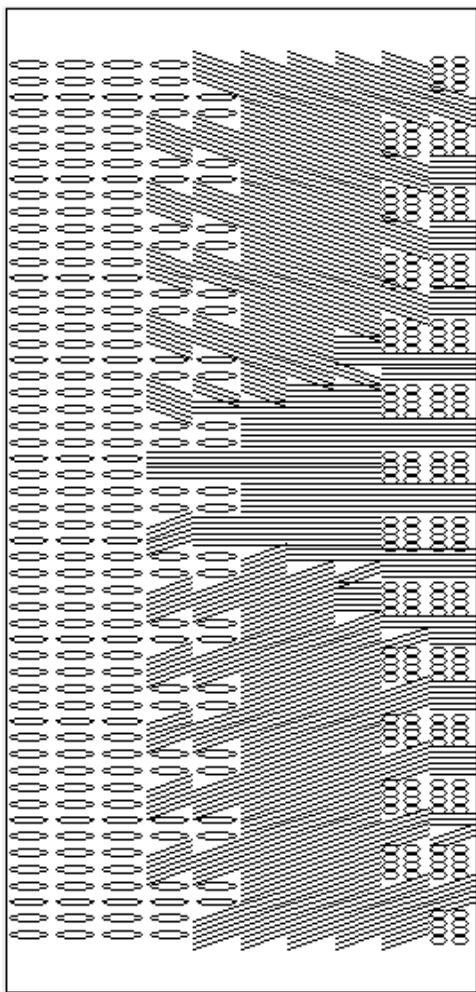


Рис.6. Структура слитка через 33 мин.
Левая граница – ось симметрии слитка. Правая граница – радиус слитка.
Штриховыми линиями - доля твердой фазы меньше 75%.
Сплошные линии – доля твердой фазы больше 75%

На рис.6 показана структура слитка через 33 минуты после начала расчетов. В слитке имеют место дендритные структуры (наклонные и параллельные отрезки). В центральной части слитка сформировались глобулярные более крупные кристаллы (большие эллипсы у левой границы). Затем при удалении от оси образовалась переходная зона из дендритов и глобулярных кристаллов. Далее находится зона дендритов, и в зоне приближенной к индуктору находятся дендритные и мелкие вытянутые кристаллы. Можно отметить, мелкие вытянутые кристаллы (малые эллипсы) расположены напротив паза с обмоткой индуктора, а дендриты (горизонтальные или наклонные прямые) – напротив зубца индуктора.

Полученная структура слитка качественно согласуется, например, с работами [2,3] и собственными исследованиями авторов.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Разработано программное обеспечение, позволяющее моделировать структуру цилиндрического металлического слитка при его кристаллизации в магнитном поле.
- Результаты могут быть использованы при моделировании электромагнитных воздействий на кристаллизующийся слиток с целью получения заданной структуры.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Сидоров О.Ю. Методы конечных элементов и конечных разностей в электромеханике и электротехнологии./ О.Ю. Сидоров, Ф.Н. Сарапулов, С.Ф. Сарапулов. - М.: Энергоатомиздат, 2010. – 331 с.
- [2] Самойлович Ю.А. Системный анализ кристаллизации слитка./ Ю.А. Самойлович. – Киев: Наукова думка, 1983. – 248 с.
- [3] Вайнгард У. Введение в физику кристаллизации металлов./ У. Вайнгард, - М.: Мир, 1967. - 167 с.
- [4] Сидоров О.Ю. Моделирование затвердевания металлического расплава в электромагнитном кристаллизаторе/ О.Ю. Сидоров, Ф.Н. Сарапулов, Б.А. Сокунов// Актуальные проблемы энергосберегающих электротехнологий АППЭТ-2014: Сб.научн.тр. – Екатеринбург: ФГАОУ ВПО УрФУ им. первого Президента России Б.Н.Ельцина, 2014. – С.97-101.